

Ejercicios para clase. Tema 1: Límites y continuidad.

1ª) Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-2}{x^3-2x^2+x} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x^3-2x^2+x} & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-2}{x^3-2x^2+x} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-6x+9}{x-3} & \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-6x+9}{x-3} & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-6x+9}{x-3} \end{array}$$

2ª) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{x+3} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x+1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$. Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow -1} f(x); \lim_{x \rightarrow -3} f(x); \lim_{x \rightarrow 0} f(x); \lim_{x \rightarrow 2} f(x).$$

3ª) Calcula los siguientes límites:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2}{x^2-1} \right) \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2+1} \right) \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}} \end{array}$$

4ª) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2-3x}{-2x+1} \right)^{\frac{-x}{2}} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x+4} \right)^{\frac{x^2}{x+1}} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2-3x+1}{5x+1} \right)^{\frac{3}{x}}$$

5ª) Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x < 2 \\ 4-x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & \text{si } x \leq 4 \\ \sqrt{x-4} & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

6ª) Halla el valor de a para que las siguientes funciones sean continuas:

$$f(x) = \begin{cases} x^2+ax & \text{si } x \leq 2 \\ a-x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3-ax^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

7ª) Demuestra que la función $f(x) = x^2 - 4x + 2$ corta al eje de las abscisas en el intervalo $[0, 2]$. ¿Se puede decir lo mismo de la función: $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$?

8ª) Busca el intervalo entero en el que hay una solución de las siguientes ecuaciones: $4x^3 - 4x + 1 = 0$ y $x^3 - 5x + 3 = 0$

9ª) Demuestra que la función $f(x) = 2 + 2x - e^x$ corta al eje OX en $[-1, 1]$.

Ejercicios para examen. Tema 1: Límites y continuidad.

1ª) Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-2}{x^3-2x^2+x} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-2}{x^3-2x^2+x} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x^3-2x^2+x} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+3x}{2x^2+12x+18} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3x}{2x^2+12x+18} & \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+3x}{2x^2+12x+18} \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-x-2}{x^2-4x+4} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-x-2}{x^2-4x+4} & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x^2-4x+4} \end{array}$$

2ª) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^2-3} - 3x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+4}-2}{\sqrt{x+1}-1}$$

3ª) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2+x}{2x+1} \right)^{\frac{-x}{2}} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+2x}{2x+5} \right)^{2x^2-1} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2+x+1}{2+x} \right)^{\frac{1}{x-1}}$$

4ª) Dada la función: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1-x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- Dibuja su gráfica.
- Estudia su continuidad.

5ª) Dada la función: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & \text{si } x \leq 2 \\ 2x+1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- Representala gráficamente.
- Estudia su continuidad.

6ª) Dada la función: $f(x) = \frac{2x-1}{2-2x}$

- Representala gráficamente.
- Estudia su continuidad.

7ª) Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \leq 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x}{k} & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x = 0 \\ 2x+3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

8ª) Halla el valor de a para que las siguientes funciones sean continuas:

$$f(x) = \begin{cases} 2^x + a & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 3a + 5 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 3x + Lx & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

9ª) Demuestra que la ecuación $e^{-3x} + 4x - 2 = 0$ tiene, al menos, una solución real en el intervalo $[0, 1]$.