Ejercicios para clase. Tema 2: Derivadas.

1ª) Halla la ecuación de la recta tangente a $f(x)=x^2+3x$ en el punto $x=-1$. Representa gráficamente la curva y la tangente. (Sol. $y=x-1$)

2ª) Halla la ecuación de la recta tangente a $f(x)=\frac{4}{x}$ en el punto de abscisa $x = 4$. (Sol. $y=-\frac{1}{4}x+2$)

3ª) Halla los puntos de la curva $y=x^3-2x$ en los que su tangente tiene pendiente 1. Halla la ecuación de esas tangentes. (Sol. $y = x + 2$ e $y = x -2$.)

4ª) Dada la función $f(x)=-x^2+1$

a) Aplicar la definición de derivada para calcular $f'(1)$.
b) Obtener la ecuación de la recta tangente a la función en $x=1$.
c) Representar gráficamente la parábola y la recta tangente.

5ª) Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\cos^2 e^x$ $\quad f(x)=\frac{x}{\text{sen } x}$ $\quad f(x)=e^{-x^2+3}$

b) $f(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}$ $\quad f(x)=2\ln(x^2+3)$ $\quad f(x)=\frac{2}{3x^2-5x}$

c) $f(x)=\frac{2x^3-1}{x^2-4x}$ $\quad f(x)=\sqrt{x^4+4x}$ $\quad f(x)=\cos 3x\cdot\text{sen } x$

6ª) Estudia la continuidad y derivabilidad de las siguientes funciones:

$$f(x)=\begin{cases} e^x, & \text{para } x\le 0 \\ 2x+1, & \text{para } x>0 \end{cases} \qquad f(x)=\begin{cases} \text{sen}(x) & \text{si } x\le 0 \\ x-ax^2 & \text{si } x>0 \end{cases}.$$

7ª) Estudia la continuidad y derivabilidad de $f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & \text{si } x<2 \\ 2x & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$.

8ª) Dada la función $f(x)=\begin{cases} 5+2\text{sen}x & \text{si } x\le 0 \\ -x^2+ax+b & \text{si } x>0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valores de los parámetros a y b es continua la función $f(x)$?
b) Determina a y b para que f(x) sea derivable en $x = 0$. (Sol. $b = 5$; $a = 2$).

9ª) Dada la función $f(x)=\begin{cases} 3-ax^2, & \text{si } x\le 1 \\ 2/(ax), & \text{si } x>1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valores del parámetro a es continua?
b) ¿Para qué valores de a es derivable? (Sol. a) 1 o 2; b) 1).

10ª) Halla los puntos de la curva $y=x^3-2x$ en los que su tangente tiene pendiente 1. Halla la ecuación de esas tangentes. (Sol. $y = x + 2$ e $y = x -2$).

Ejercicios para examen. Tema 2: Derivadas.

1ª) Dada la función $f(x) = x^2 - x$

a) Aplicar la definición de derivada para calcular $f'(1)$.
b) Obtener la ecuación de la recta tangente a la función en x=1.
c) Representar gráficamente la parábola y la recta tangente.

2ª) Dada la función $f(x) = x^2 + 2x - 1$

a) Calcular la derivada en x=1.
b) Hallar la ecuación de la recta tangente en x=1.
c) Hallar el punto en el que la recta tangente es horizontal.

3ª) Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = e^x \cdot \operatorname{sen} x$ $\quad f(x) = \cos\left(\dfrac{3x}{x^2+2}\right)$ $\quad f(x) = \left(x^4 - 3x\right)e^x$

b) $f(x) = \dfrac{x^2-3}{2x^3+1}$ $\quad f(x) = \ln\left(x^4 - 2x\right)$ $\quad f(x) = \dfrac{3x^2-2}{x^2-1}$

c) $f(x) = \dfrac{3x-4}{x^2+3x}$ $\quad f(x) = \sqrt{2x^3 - 3}$ $\quad f(x) = \operatorname{sen}\left(\dfrac{x}{x^2-1}\right)$

4ª) Calcula las derivadas de las siguientes funciones aplicando el método de derivación logarítmica:

$f(x) = (x - \operatorname{sen} x)^{\sqrt{x}}$, $f(x) = x^{\cos x}$

5ª) Calcula las derivadas de las siguientes funciones aplicando el método de derivación implícita:

$xy - 2x + 3y = 4$, $x^2 + y^2 = x^2 \cdot y^2$

6ª) Estudia la continuidad y derivabilidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & \text{si} \quad x < 0 \\ x^2 + 2 & \text{si} \quad 0 \le x < 1 \\ 3x + 1 & \text{si} \quad x \ge 1 \end{cases}$$

7ª) Calcula m y n para que la siguiente función sea derivable en todo $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + m & \text{si} \quad x \le -1 \\ x^2 - nx & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$$

8ª) Estudia la continuidad y derivabilidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + m & \text{si} \quad x \le 1 \\ -x^2 + nx & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

9ª) Prueba que existe un punto de la curva $f(x) = e^x + \ln(x+1)$ cuya tangente en ese punto es paralela a la recta $y = 3x - 1$. NOTA: Aplica el teorema de Bolzano a la función $f'(x) = 3$.