Ejercicios para clase Tema 3: Aplicaciones de las derivadas.

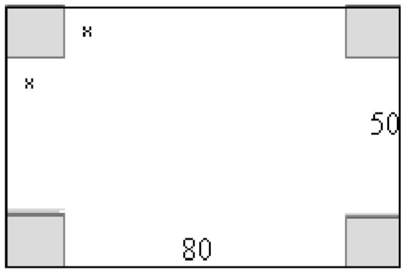
1ª) Calcula las rectas tangentes a la curva $f(x)=x^3-3x^2+2$ en los puntos de inflexión.

2ª) Estudiar el crecimiento de $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$; $g(x)=x.Lx$ y $h(x)=(x-1).e^{-x}$.

3ª) Estudiar extremos relativos y curvatura de la función: $f(x)=x^3-6x^2+11$.

4ª) Estudiar extremos relativos y curvatura de la función: $f(x)=-x^4+6x^2-4$.

5ª) Obtener los valores de a y b para que la función $f(x)=x^3+ax^2+b$ tenga un mínimo relativo en el punto $P=(2,3)$.



6ª) Recortando convenientemente en cada esquina de una lámina rectangular de 80cm x 50cm un cuadrado de lado x y doblando se construye una caja. Calcular x para que volumen de dicha caja sea máximo.

7ª) Hallar el valor de b para que la función $f(x)=x^3-4x+3$ cumpla las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo $[0,b]$. ¿Dónde cumple la tesis?

8ª) Analiza si se cumple el teorema Lagrange para la función $f(x)=x^3-x^2+1$ en $[-1,1]$. Indica los puntos $c\in(-1,1)$ tales que: $f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

9ª) Determinar a y b para que la función $f(x)=\begin{cases} ax-3 & \text{si } x<4 \\ -x^2+10x-b & \text{si } x\geq 4 \end{cases}$ cumpla las hipótesis del teorema de Lagrange en el intervalo [2, 6]. ¿Cuál es el punto en el que se cumple la tesis del teorema.

10ª) Calcula los siguientes límites aplicando la regla de L'Hôpital:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\operatorname{sen}(x)}$ $\qquad \lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}}$

b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{sen}^4 x}{x^3}$ $\qquad \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\operatorname{sen}x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1+\ln x}{e^x-e}$ $\qquad \lim\limits_{x\to 0}\left(e^{2x}+x\right)^{\frac{1}{x}}$

Ejercicios para examen Tema 3: Aplicaciones de las derivadas.

1ª) Escribe la ecuación de la recta tangente a la curva $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ en el punto (0, 4).

2ª) Estudiar el crecimiento de $f(x) = xe^x$; $g(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$ y $h(x) = \dfrac{e^x}{e^x - 1}$.

3ª) Estudiar extremos relativos y curvatura de la función: $f(x) = (x-2)^3(x+1)$.

4ª) Estudiar extremos relativos y curvatura de la función: $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$.

5ª) Hallar los valores de b y c para que la función $f(x) = -x^2 + bx + c$, tenga un máximo en el punto $(-2,1)$. Calcular la ecuación de la recta tangente en dicho punto. Razona el proceso seguido.

6ª) Una huerta tiene actualmente 24 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que, por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos. ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima? ¿Cuál será esa producción?

7ª) Comprueba que $f(x) = x - x^3$ cumple las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo $[-2,1]$. ¿Dónde cumple la tesis?

8ª) Aplicar analítica y gráficamente el teorema de Rolle a la función:

$f(x) = \begin{cases} -x^2 + mx & \text{si } x < 0 \\ -x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ en el intervalo $[a,2]$.

9ª) Aplicar analítica y gráficamente el teorema de Lagrange a la función:

$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 3x & \text{si } x < 0 \\ 3x^2 + ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ en el intervalo $[-3,1]$.

10ª) Calcula los siguientes límites aplicando la regla de L'Hôpital:

d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2 + \operatorname{sen} x}{x^2 - \operatorname{sen} x}$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$

e) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2 - \operatorname{sen}^2 x}{x^4}$ $\qquad \lim\limits_{x \to 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{x}}$

f) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos^2 x - 1}{x^2}$ $\qquad \lim\limits_{x \to 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$