Ejercicios para clase. Tema 8: Geometría en el espacio.

1ª) Halla el ángulo que forman $r \equiv \begin{cases} x = 1 - y \\ z = 1 + y \end{cases}$ y $\pi \equiv x + y + z = 0$.

2ª) Halla el área del triángulo de vértices $\begin{cases} A = (1,1,1) \\ B = (0,3,5) \\ C = (4,0,2) \end{cases}$.

3ª) Hallar la ecuación del plano que contiene al punto $P = (2,1,2)$ y a la recta $r \equiv x - 2 = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-4}{-3}$.

4ª) Estudiar la posición relativa de las rectas $r \equiv \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + z = 1 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}$. Hallar la ecuación del plano que las contiene.

5ª) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P = (2,0,1)$ y corta perpendicularmente a la recta $r \equiv \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$.

6ª) Hallar la ecuación del plano que contiene a la recta $r \equiv x - 2 = y - 3 = z$ y es paralelo a la recta $s \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{4}$.

7ª) Determinar los puntos de corte del plano $\pi \equiv 3x - 2y + z = 6$ con los ejes de coordenadas y calcular el área del triángulo que dichos puntos definen.

8ª) Halla la distancia entre las rectas: $r \equiv \begin{cases} x - 2y + 4z = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ $s \equiv \frac{x-2}{-4} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{3}$.

9ª) Halla el simétrico del punto $P = (1,2,1)$ respecto del plano $\pi \equiv x + y + z = -3$.

10ª) Halla el simétrico de $P = (-2,1,5)$ respecto de $r \equiv x - 2 = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

11ª) Dado el punto $P = (-1,2,1)$, busca un punto Q del plano $\pi \equiv -3x + y + z = -5$ de forma que el vector $\overrightarrow{PQ}$ sea perpendicular al plano π.

12ª) Calcula el punto de la recta $s \equiv \begin{cases} x - y - 5 = 0 \\ x - 3y - z - 7 = 0 \end{cases}$ que equidista de los puntos $P = (1,0,-1)$ y $Q = (2,1,1)$.

13ª) Comprobar que la recta $r \equiv x - 3 = y - 2 = \frac{z-7}{-1}$ es paralela al plano $\pi \equiv x + 2y + 3z = 0$. Calcular la distancia entre ambos.

14ª) Hallar la distancia entre las rectas $r \equiv \begin{cases} y = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases}$.

15ª) Hallar el plano que contiene a la recta $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ y es perpendicular al plano $\pi \equiv 2x - 3y + z = 0$.

Ejercicios para examen. Tema 8: Geometría en el espacio.

1ª) Hallar el plano que contiene al punto $A=(0,1,1)$ y a la recta $r\equiv\begin{cases}x=1-k\\ y=2+k\\ z=2-k\end{cases}$

2ª) Dadas las rectas: $r\equiv\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=z-3$ y $s\equiv\left.\begin{matrix}2x-y-z=-3\\ x-2y+z=0\end{matrix}\right\}$

a) Estudiar de su posición relativa.
b) Obtener si es posible el plano que las contiene.

3ª) Dadas las rectas $r\equiv\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+5}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$ y $s\equiv\begin{cases}3x+2y+2z=0\\ x+2y-2z=0\end{cases}$

a) Estudiar su posición relativa.
b) Calcular su distancia.
c) Obtener, si es posible, el plano que las contiene.

4ª) Obtener el valor de K para que los puntos $\begin{cases}A=(1,2,3)\\ B=(0,1,1)\\ C=(-1,2,0)\\ D=(0,K,0)\end{cases}$ estén en un mismo plano π. Hallar el punto simétrico de $P=(1,3,5)$ respecto de π. Calcular la distancia de P a π.

5ª) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A=(1,1,-2)$ y se apoya en las rectas $r\equiv\begin{cases}x=\lambda\\ y=0\\ z=-1-3\lambda\end{cases}$ y $s\equiv\begin{cases}x+y-z=3\\ x-y+z=-1\end{cases}$.

6ª) Dado el punto $P=(1,3,4)$ y el plano $\alpha\equiv 2x-y-2z=0$.

a) Obtener la ecuación de alguna recta r que pase por P y sea paralela a α.
b) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a r por P y paralela a α.
c) Cual es el punto del plano más próximo al punto P.

7ª) Comprueba que los puntos $\begin{cases}A=(2,1,3)\\ B=(1,1,2)\\ C=(2,2,2)\end{cases}$ determinan un triángulo equilátero.

Obtener la altura trazada desde A, y calcular el área del triángulo.

8ª) Estudiar la posición relativa entre la recta $r\equiv\begin{cases}x+y-z=2\\ 2x-y+2z=1\end{cases}$ y el plano $\pi\equiv 2x-y+mz=1$. Hallar la distancia entre ambos en cada caso.

9ª) Estudiar la posición relativa de las rectas:

$r\equiv\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{2}=z+2$ y $s\equiv\begin{cases}x+z=0\\ 3x-y=0\end{cases}$. Calcular la distancia entre ellas.

10ª) Dadas las rectas $r \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-2} = z+2$ y $s \equiv \begin{cases} x+z+1=0 \\ 2x-y=0 \end{cases}$. Hallar, si es posible, el plano que las contiene y la distancia entre ellas.

11ª) Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $P=(1,-1,2)$, es perpendicular al plano $\pi \equiv x-y+z=0$ y además, es paralelo a la recta $r \equiv \begin{cases} x=1+2k \\ y=\quad k \\ z=-1-k \end{cases}$. Razona la respuesta.

12ª) Hallar la recta perpendicular a $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+3}{3} = z$ y paralela al plano $\pi \equiv \begin{cases} x=2+\lambda \\ y=\mu \\ z=1+2\lambda-2\mu \end{cases}$ que pasa por el punto $P=(-1,0,2)$.

13ª) Dada la recta $r \equiv \begin{cases} x-y-1=0 \\ x+z=2 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv 2x-y-2=0$. Hallar el plano que contiene a r y es perpendicular a π. Razonar el proceso.

14ª) Hallar el plano que contiene a la recta $r \equiv \begin{cases} 2x-y-z=0 \\ x+y-2z=3 \end{cases}$ y es perpendicular al plano $\alpha \equiv 2x-y+2z=0$.

15ª) Un triángulo rectángulo tiene su vértice A en la recta $r \equiv \begin{cases} x=3 \\ y+z+1=0 \end{cases}$ y la hipotenusa une los vértices $B=(2,1,-1)$ y $C=(0,-1,3)$. Obtener el área.

16ª) Dada la recta $r \equiv \begin{cases} x-2y=0 \\ x+2y-z=0 \end{cases}$

a) Obtener el punto P de la recta r que equidista de los puntos $A=(-1,0,3)$ y $B=(1,2,1)$.
b) Hallar la distancia del punto P a la recta r_{AB}.

17ª) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P=(1,3,4)$ y es paralela a los planos $\alpha \equiv 2x-y-2z=0$ y $\pi \equiv -x+y-2z=1$.

18ª) Dados los puntos: $O=(0,0,0)$, $A=(1,1,1)$, $B=(1,1,k)$ y $C=(k,-1,1)$

a) Hallar k para que estén en el mismo plano.
b) Obtener el área del triángulo que determinan para k=1.

19ª) Dados $\pi \equiv x-y+2z-1=0$ y $r \equiv \begin{cases} x-y=0 \\ x+z=0 \end{cases}$.

a) Hallar la recta s que pasa por $A=(1,1,1)$, es perpendicular a la recta r y paralela al plano π.
b) Obtener la distancia de s a π.